Срок сдачи 1.02.22г.

Учебник Богомолов, Н. В. Математика : учебник для среднего профессионального образования / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 401 с. — (Профессиональное образование). — ISBN 978-5-534-07878-7. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/449006

Показательные неравенства. Иррациональные уравнения.

Изучить по указанному учебнику § 19 (показательные неравенства) и § 11 (1) (иррациональные уравнения). Составьте краткий конспект выпишите приведенные примеры.

По данному образцу выполните задания.

Образец решения неравенств.

Пример 1

Решить неравенство

$3^x > 27$

Для решения такого вида неравенства вначале необходимо и левую и правую часть привести к одному основанию степени. Так как 27 это 3 в кубе, то получим

$$3^x > 3^3$$

Далее необходимо воспользоваться следующим правилом: если основания степени больше 1, то знак неравенства остается неизменным, если же меньше 1, то знак неравенства необходимо поменять на противоположный.

В нашем случае основание – число 3, больше единицы, следовательно можем «отбросить» основания без изменения знака неравенства, получим

$$x > 3$$

Пример 2

$4^{2x} \geq 64$

$4^{2x} \geq 4^3$ основание степени больше 1, знак неравенства не изменяется

$2x \geq 3$

$x \geq \frac{3}{2}$

$x \geq 1,5$

Ответ: (1,5; +∞)

Пример 3.

$(\frac{1}{3})^{2x} \geq 81$

$(\frac{1}{3})^{2x} \geq 3^4$

$(\frac{1}{3})^{2x} \geq (\frac{1}{3})^{-4}$ основание степени меньше 1, знак неравенства необходимо поменять на противоположный

2x≤-4

x≤-2

Ответ: (-∞: -2)

Пример 4. Решить неравенство $2^{x^2-8x+18} > 8$

Так как 8 это 2 в кубе, то получим

$$2^{x^2-8x+18} > 2^3$$

Воспользуемся правилом, так как 2 больше единицы, следовательно можем «отбросить» основания без изменения знака неравенства, получим

$$x^2 - 8x + 18 > 3$$

$$x^2 - 8x + 15 > 0$$

Решим неравенство методом интервалов. Приравняем к нулю:

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

По теореме Виета, получаем корни

$$x_1 = 5, \ \ x_2 = 3$$

Отметим корни на числовой прямой и расставим знаки

Ответ: $(-\infty; 3)$ *и* $(5; +\infty)$.

Задачи для самостоятельного решения.

1) $2^x \geq 4$
2) $0{,}6^{x^2+3x} \geq 1$
3) $5^x \leq 125$
4) $0{,}3^{x+4} \leq 0{,}3^2$

Образец решения иррациональных уравнений.

Пример 5

Решить уравнение $\sqrt{16-x} = x - 10$

Для того, чтобы избавиться от корня возведем обе части уравнения в квадрат

$$\left(\sqrt{16-x}\right)^2 = (x-10)^2$$

$$16 - x = x^2 - 20x + 100$$

Перенесем все в левую часть уравнения

$$16 - x - x^2 + 20x - 100 = 0$$

$$-x^2 + 19x - 84 = 0$$

$$x^2 - 19x + 84 = 0$$

Получили квадратное уравнение. Решим его с помощью дискриминанта

$$D = 361 - 336 = 25 = 5^2$$

$$x_1 = \frac{19-5}{2} = 7 - \textit{ посторонний корень}$$

$$x_2 = \frac{19+5}{2} = 12$$

Мы знаем, что в корне четной степени должно быть неотрицательное число, то есть

$$16 - x \geq 0$$

$$x \leq 16$$

С другой стороны, значение корня также не может быть отрицательным числом, то есть правая часть уравнения также должна быть неотрицательной

$$x - 10 \geq 0 \Rightarrow x \geq 10$$

Проверка.

x_1=7посторонний корень

$16 - 7 > 0$ $\qquad 7 - 10 < 0$

x_2=12

$16 - 12 > 0$ $\qquad 12 - 10 > 0$

Ответ: 12.

Задачи для самостоятельного решения

1) $\sqrt{3x+1} = x - 3$
2) $\sqrt{2x-1} = x - 2$
3) $\sqrt{2x+3} = 6 - x$
4) $\sqrt{x+1} = x - 5$