ДЛЯ ГРУППЫ

ИСП-23

Задание 1

1. Изучить теорию из лекций в вашей рабочей тетради и выполнить практическую работу также в рабочей тетради, подписывая на полях на каждом листочке ФИО И ГРУППУ

   (не распечатывать и не приклеивать в тетрадь!!!, рукописно все должно быть)

2. прислать на почту фотографии вашей тетради (практической работы и конспекта)
3. Выполнить конспект задания 2 . Фото прислать на почту, подписывая каждый листочек ФИО и группу на полях

   работы присылаются:
   задание 1 - с 04 февраля по 8 февраля с 9.00 до 18.00
   задание 2 – с 9 февраля по 12 февраля с 9.00 до 18.00

lyudmila.samoylova.78@mail.ru

Подписать фамилию и группу

Желаю успехов

ЗАДАНИЕ 1

Практическая работа

Работа выполняется по вариантам

1. Бардина Д. – вариант 1

2. Бирюков Г. - вариант 2
3. Бортникова Д. – вариант 3
4. Васькина К.- вариант 4
5. Виденина А.- вариант 5
6. Герасева Д – вариант 6
7. Грякалов Р. – вариант 7
8. Гуреева И. – вариант 8
9. Егоров Е. – вариант 9
10. Кондратьева Д.- вариант 1
11. Контанистова Д.- вариант 2
12. Левин И.- вариант 3
13. Лукин Д.- вариант 4
14. Любакова М.- вариант 5
15. Маненков Р.- вариант 6
16. Медведев И.- вариант 7
17. Никитин А.- вариант 8
18. Панкова Я – вариант 9
19. Скачков М. – вариант 1
20. Стрелков В.- вариант 2
21. Терехова Д. – вариант 3
22. Троицкая Е. – вариант 4
23. Устинкин М. – вариант 5
24. Цепков И. – вариант 6
25. Шиманский Л. – вариант 7
26. Кондратьева М. – вариант 8
27. Глухов И. – вариант 9
28. Карпухин Д. - вариант 1

Практическая работа

Проверить функции на принадлежность к классам замкнутых функций

1 вариант

1 . F = $(\bar{z} \vee y) \to (\bar{z} \oplus \bar{x})$

2. F = $(\bar{z} \vee y) \wedge (\bar{z} \oplus \bar{x})$

3. F = $\left(\overline{(A \wedge B)} \to A\right) \to A \vee B$

Практическая работа

Проверить функции на принадлежность к классам замкнутых функций

2вариант

1. F = $\left(\overline{(A \wedge B)} \to A\right) \leftrightarrow (A \vee B)$
2. F = $x \mid (y \to z) \oplus (x \mid y) \to (x \mid z)$
3. F = $(\bar{z} \to y) \leftrightarrow (\bar{z} \vee \bar{x})$

Практическая работа

Проверить функции на принадлежность к классам замкнутых функций

3вариант

1. F = $(x \mid y) \to (x \mid z)$
2. F = $(\bar{z} \oplus y) \to \left(\bar{z} \mid (y \vee \bar{x})\right)$
3. F = $\overline{(A \to B)} \leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A})$

Практическая работа

Проверить функции на принадлежность к классам замкнутых функций

4 вариант

1. F = $(x \wedge y) \oplus (x \wedge z) \leftrightarrow x \wedge (y \oplus z)$
2. F = $(\bar{z} \oplus x) \vee \left(\bar{z} \mid (y \vee \bar{x})\right)$
3. F = $\left((x \downarrow y) \to z\right) \oplus y$

Практическая работа

Проверить функции на принадлежность к классам замкнутых функций

5 вариант

1. F = $(\bar{z} \vee y) \to (\bar{z} \mid (y \vee \bar{x}))$
2. F = $(x \vee \bar{y}) \to (\bar{z} \oplus \bar{x})$
3. F = $(\bar{z} \vee y) \oplus (\bar{z} \oplus \bar{x})$

Практическая работа

Проверить функции на принадлежность к классам замкнутых функций

6 вариант

1. F = $\overline{(z \to x) \leftrightarrow (y \mid x)}$
2. F = $(\bar{z} \vee x) \leftrightarrow (\bar{z} \mid (y \vee \bar{x}))$
3. F = $\left((A \vee B) \wedge B\right) \to \bar{A}$

Практическая работа

Проверить функции на принадлежность к классам замкнутых функций

7вариант

1. F = $(x|y) \to (x|z)$
2. F = $x|(y \oplus z)$
3. F = $(\bar{z} \oplus y) \Rightarrow (\bar{z}|(y \vee \bar{x}))$

Практическая работа

Проверить функции на принадлежность к классам замкнутых функций

8 вариант

1. F = $x|(y \Rightarrow z)$

2. F = $(x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$
3. F = $(x \vee \bar{y}) \to \overline{(z \leftrightarrow \bar{x})}$

Практическая работа

Проверить функции на принадлежность к классам замкнутых функций

9 вариант

1. F = $(x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$
2. F = F = $\overline{(A \to B)} \leftrightarrow (\bar{B} \wedge \bar{A})$
3. F = $(\bar{z} \vee x) \Leftrightarrow (\bar{z} | (y \vee \bar{x}))$

ЗАДАНИЕ 2

Просмотреть видеоуроки по ссылкам , законспектировать в тетрадь

https://www.youtube.com/watch?v=gaISBBfjpMQ

https://www.youtube.com/watch?v=KY5yZcg7gD8

1. Общие понятия теории множеств

1.1. Язык теории множеств

Множество – это совокупность элементов, объединенных некоторым признаком, свойством: множество книг в библиотеке, множество студентов в группе.

Способы задания множества:

1. Перечислить все его элементы.

Например: множество, состоящее из четырех элементов $A = \{a, b, c, d\}$.

2. Указать свойство, которым обладают все его элементы.

Например: множество натуральных чисел, меньших 20 можно задать следующим образом: $B = \{n | n \in N, n < 20\}$.

В качестве характеристического свойства может выступать *порождающая процедура*, которая описывает способ получения элементов множества из уже полученных элементов или из других объектов.

Например: $M = \{2^i | i \in N, i \geq 0\}$

Если элемент a принадлежит множеству M, используют запись $a \in M$, если не принадлежит, то $a \notin M$.

Во множестве могут быть выделены ***подмножества***. Если каждый элемент множества *K* принадлежит множеству *M*, множество *K* называют подмножеством множества *M* и обозначают $K \subset M$.

Например:

1) множество всех книг данного автора в библиотеке, есть подмножество всех книг в библиотеке.

2) множество студентов, обучающихся на "4" и "5" в группе есть подмножество всех студентов группы.

3) $K = \{2, 4, 6\}$ четных чисел меньших или равных 6, есть подмножество множества $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Пустое множество является подмножеством любого множества.

Если одновременно *A* ⊂ *B* и *B* ⊂ *A*, то говорят, что множества *A* и *B* *равны*, т.е. состоят из одних и тех же элементов. В этом случае принадлежность элемента множеству *A* необходима и достаточна для его принадлежности множеству *B*.

Булеаном множества М назовем множество всех его подмножеств.

Пример: Рассмотрим множество $M = \{1,2,3,4\}$. Составим все подмножества множества *М*.

$M_1 = \varnothing$

$M_2 = \{1\}$, $M_3 = \{2\}$, $M_4 = \{3\}$, $M_5 = \{4\}$

$M_6 = \{1,2\}$, $M_7 = \{1,3\}$, $M_8 = \{1,4\}$, $M_9 = \{2,3\}$, $M_{10} = \{2,4\}$, $M_{11} = \{3,4\}$,

$M_{12} = \{1,2,3\}$, $M_{13} = \{1,3,4\}$, $M_{14} = \{2,3,4\}$, $M_{15} = \{1,2,4\}$,

$M_{16} = \{1,2,3,4\}$.

Подмножества $M_1 = \varnothing$ и $M_{16} = \{1,2,3,4\}$ являются **несобственными подмножествами** множества *М*, остальные – **собственные подмножества**. Всего мы нашли 16 различных подмножеств множества *М*. Это число равно $16 = 2^4$.

В общем случае, для любого конечного множества, состоящего из n элементов, число возможных подмножеств равно 2^n**.**

Множество *U*, состоящее из всех возможных элементов, обладающих данным признаком, называется универсальным.

1.2. Классификация множеств

Основной характеристикой множеств является количество элементов, содержащихся в этом множестве.

Множество, содержащее конечное число элементов называется ***конечным.*** Множество, не являющееся конечным, называется бесконечным. Количество элементов конечного множества называют ***его мощностью***. Если множество не содержит элементов, то оно называется ***пустым*** и обозначается $\varnothing$.

Два множества A и B называются эквивалентными, или, равномощными, если между их элементами можно установить взаимно-однозначное соответствие.

Пример: Рассмотрим множества, состоящие из букв слов:

$$A=\{KPOT\}; \quad B=\{KOPT\}; \qquad C=\{KPAH\}; \qquad D=\{POT\}.$$

Множества *A*, *B* и *C* имеют равные мощности: $|A|=|B|=|C|=4$, а мощность множества *D* меньше $|D|=3$. При этом множества *A* и *B* равны, а множества *A* и *C* – эквивалентны.

Эталоном для сравнения множеств служит натуральный ряд чисел. Поэтому все числовые последовательности, содержащие различные элементы, эквивалентны натуральному ряду чисел, что видно по их индексам.

Бесконечное множество, эквивалентное множеству натуральных чисел, называется **счетным**. Говорят, что все элементы счетного множества пронумерованы. В противном случае бесконечное множество будет несчетным. В 1878 году Георг Кантор доказал, что множество точек расположенных на отрезке от 0 до 1 несчетно.

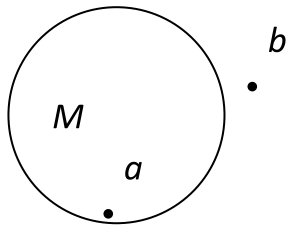
Виды множеств

- Конечные
  $A = \{a_1, a_2, ..., a_i, ..., a_n\}$
  - Множество решений уравнения $x^3 - 16x = 0$, множество двузначных чисел, множество сторон шестиугольника,
- Бесконечные
  $M = \{x, y, z...\}$
  - Счетные
    $A = \{a_1, a_2, ..., a_i, ...\}$
    - Множество целых решений неравенства $x > 5$, множество четных чисел, множество решений уравнения $\sin x = 1$
  - Несчетные
    - множество действительных решений неравенства $x > 5$ множество точек отрезка, множество прямы

1.3. Изображение множеств

Множества изображаются при помощи диаграмм *Эйлера-Венна* (кругов на плоскости). Элементы множества изображаются точками, внутри круга, если они принадлежат данному множеству и вне его, если не принадлежат.

$$a \in M \, , \; b \notin M \; .$$



1.4. Операции над множествами

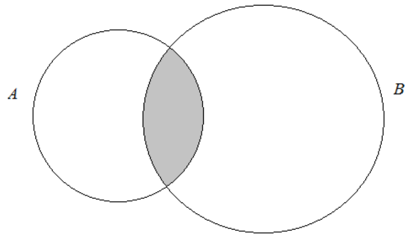
Основными операциями над множествами являются операции пересечение, объединение, разность, симметрическая разность и дополнение.

1. ***Пересечением*** множеств *A* и *B* называется множество $A \bigcap B$, состоящее из элементов, которые принадлежат одновременно как множеству *A* так и множеству *B.*

$$A \bigcap B = \{ x \mid x \in A \, и \; x \in B \}$$

Пример: Если $A = \{2,3,6,8,11\}$, $B = \{1,4,6,11\}$, то $A \cap B = \{6,11\}$.

При помощи диаграмм Эйлера-Венна пересечение множеств изображается следующим образом:

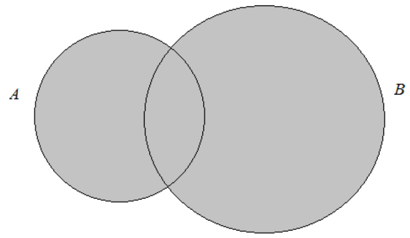


2. ***Объединением*** множеств *A* и *B* называется множество $A \cup B$, состоящее из элементов, которые принадлежат или множеству *A* или множеству *B*.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \; или \; x \in B\}$$

Пример: Если $A = \{2,3,6,8,11\}$, $B = \{1,4,6,11\}$, то $A \cup B = \{1,2,3,4,6,8,11\}$.

При помощи диаграмм Эйлера-Венна объединение множеств изображается следующим образом:

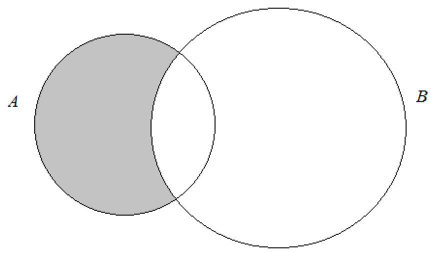


3. ***Разностью*** множеств *A* и *B* называется множество $A \setminus B$, состоящее из элементов множества А, которые не принадлежат множеству *B.*

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A\, u\; x \notin B\}$$

Пример: Если $A = \{2,3,6,8,11\}$, $B = \{1,4,6,11\}$, то $A \setminus B = \{2,3,8\}$.

При помощи диаграмм Эйлера-Венна разность множеств изображается следующим образом:



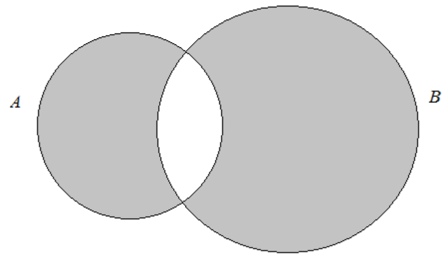
По диаграмме видно, что $A \setminus B$ можно заменить на $A \cap \overline{B}$.

4. ***Симметрической разностью*** *A* и *B* называется множество $A \Delta B$, состоящее из элементов множеств *A* или *B*, но не принадлежащих этим множествам одновременно.

$$A \Delta B = \{x \mid x \in A \text{ или } x \in B, \text{ но } x \notin A \cap B\}$$

<u>Пример:</u> Если $A = \{2,3,6,8,11\}$, $B = \{1,4,6,11\}$, то $A \Delta B = \{1,2,3,8\}$.

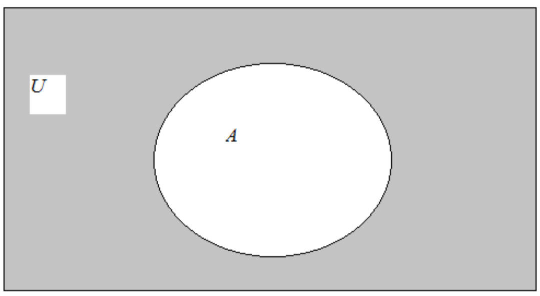
При помощи диаграмм Эйлера-Венна симметрическая разность множеств изображается следующим образом:



5. ***Дополнением множества A*** до множества U называется множество $\overline{A}$, состоящее из элементов множества U, которые не принадлежат множеству A.

$$\overline{A} = \{x \mid x \notin A\} = U \setminus A$$

При помощи диаграмм Эйлера-Венна



дополнение множества изображается следующим образом:

1.5. Свойства операций

Операции над множествами обладают рядом свойств, похожих на свойства операций сложения и умножения чисел.

Объединение (сложение)	**Пересечение (умножение)**
1. Коммутативность (переместительное свойство)	
$A \bigcup B = B \bigcup A$	$A \bigcap B = B \bigcap A$
2. Ассоциативность (сочетательное свойство)	
$(A \bigcup B) \bigcup C = A \bigcup (B \bigcup C)$	$(A \bigcap B) \bigcap C = A \bigcap (B \bigcap C)$
3. Дистрибутивность пересечения относительно объединения (распределительный закон)	
$(A \bigcup B) \bigcap C = (A \bigcap C) \bigcup (B \bigcap C)$	
4. Дистрибутивность объединения относительно пересечения	
$(A \bigcap B) \bigcup C = (A \bigcup C) \bigcap (B \bigcup C)$	

5. Закон поглощения	
$A\bigcup(A\bigcap B)=A$	$A\bigcap(A\bigcup B)=A$
6. закон де Моргана	
$\overline{A\bigcup B}=\overline{A}\bigcap\overline{B}$	$\overline{A\bigcap B}=\overline{A}\bigcup\overline{B}$
7. закон склеивания	
$(A\bigcap B)\bigcup(A\bigcap\overline{B})=A$	$(A\bigcup B)\bigcap(A\bigcup\overline{B})=A$
8. закон Порецкого	
$A\bigcup(\overline{A}\bigcap B)=A\bigcup B$	$A\bigcap(\overline{A}\bigcup B)=A\bigcap B$
$A\bigcup U=U$, $A\bigcup\varnothing=A$	$A\bigcap U=A$, $A\bigcap\varnothing=\varnothing$
$A\bigcup A=A$, $A\bigcup\overline{A}=A$	$A\bigcap A=A$, $A\bigcap\overline{A}=\varnothing$

Используя эти операции можно выражать одни множества через другие, при этом сначала выполняется операция дополнения, затем пересечения и только затем операции объединения и разности. Для изменения порядка в выражении используют скобки.

Пример. Доказать справедливость следующего равенства и проверить результат на диаграмме Эйлера-Венна: $A\bigcap(B\setminus C)=(A\bigcap B)\setminus(A\bigcap C)$.

Решение. Преобразуем по очереди левую и правую части данного равенства:

1) $A\bigcap(B\setminus C)=A\bigcap(B\bigcap\overline{C})$. Заменили разность на пересечение с дополнением.

2)

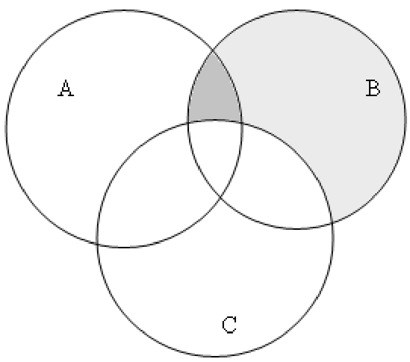
$$(A\bigcap B)\setminus(A\bigcap C)=(A\bigcap B)\bigcap(\overline{A\bigcap C})=(A\bigcap B)\bigcap(\overline{A}\bigcup\overline{C})=(A\bigcap B\bigcap\overline{A})\bigcup(A\bigcap B\bigcap\overline{C})=$$

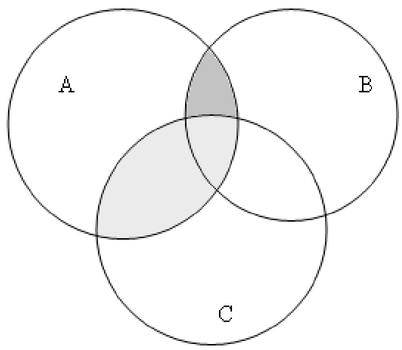
$$=\varnothing\bigcup(A\bigcap B\bigcap\overline{C})=A\bigcap B\bigcap\overline{C}.$$

Использовали переход от разности к пересечению, закон де Моргана, свойство дистрибутивности, свойство $A\bigcap\overline{A}=\varnothing$ и $A\bigcup\varnothing=A$.

После преобразования видно, что левая и правая части равенств одинаковые, следовательно, равенство доказано.

Проверим равенство на диаграмме Эйлера-Венна.





2. Решение заданий

1) Запишите в символической форме следующие множества:

$$x^7-8\cdot x^3-3=0;$$

а) множество всех положительных рациональных корней уравнения;

б) множество всех целых корней уравнения *f(x)=0*;

в) множество всех равносторонних треугольников;

г) множество всех прямых, параллельных данной прямой;

д) множество всех хорд окружности;

е) множество всех квадратных уравнений с вещественными коэффициентами, имеющими единицу своим корнем;

ж) множество всех окружностей радиуса 5, центры которых принадлежат прямой l;

Решение

а) $A=\{x|\ x\in Q,\ x^7-8*x^3-3=0,\ x>0\}$;

б) $A=\{x|\ x\in N,\ f(x)=0\}$;

в) $A=\{\Delta(a,b,c)|\ a=b=c\}$;

г) $A=\{a|a||c\}$;

д) $A=\{a|a\leq r\}$;

е) $A=\{ax^2+bx+c=0|\mathrm{x}=1\}$;

ж) $A=\{(x-a)^2+(y-b)^2=25|(a;b)\in l\}$.

2) Найдите числовое множество A такое, что $\{x\in A\ |\ x>0\}=\{x\in A\ |\ x<0\}$.

Решение

$A=\{|x|\ |x\neq 0\}$

3**)** В каких отношениях находятся между собой множества $A=\{1,\ 2,\ 3\}$, $B=\{x\in R\ |\ x^2-3x+2=0\}$, $C=\{x\in Z\ |\ x\leq 3\}$.

Решение

Так как решением уравнения x^2-$3x+2=0$ являются корни $x_1=2$, $x_2=1$, то множество B имеет вид $B=\{1,2\}$. Отсюда получаем , что $B\subset A\subset C$.

3) Пусть X_1 и X_2 – множество студентов двух групп, а M – множество юношей, обучающихся в этих группах. Запишите с помощью включения следующие условия:

а) все юноши обучаются в первой группе;

б) в первой группе нет юношей;

в) вторая группа состоит из юношей;

г) все юноши обучаются в одной группе;

д) на курсе обучаются только юноши;

д) на курсе обучаются только девушки.

Решение

а) $M\subset X_1$

б) $M\not\subset X_1$

в) $M=X_2$

г) $M\subset X_1$ или $M\subset X_2$

д) $U=M$

д) $M=\emptyset$

4) Докажите, что если $A1\subset\emptyset$, то $A1=\emptyset$. Существуют ли другие множества, кроме пустого, обладающие этим свойством?

Доказательство

Запись $A \subset B$ означает, что в множестве A столько же или меньше элементов, чем в множестве B. Так как в пустом множестве $\varnothing$ нет элементов, то и в A тоже нет ни одного элемента. Поэтому A будет являться пустым множеством ($A = \varnothing$).

Задания для самостоятельного решения

1. Задайте перечислением элементов множество, заданное характеристическим свойством:

а) $A = \left\{ n \middle| n \in N, 2 < n \leq 8\frac{2}{5} \right\}$, б) $B = \left\{ n \middle| n \in Z, -5 < n^3 + 1 < 20 \right\}$,

в) $C = \left\{ n \middle| n \in Z, |n| < 5 \right\}$, г) $D = \left\{ n \middle| n \in N, n < 30, n - простое \right\}$.

2. На множестве **U** всех букв русского алфавита заданы множества:

$$A = \{ё, к, л, м, н\},\ B = \{к, о, з, е, л\},\ C = \{б, ы, ч, о, к\}.$$

Найдите следующие множества, укажите их мощность и изобразите их диаграммами Эйлера-Венна:

а) $A \cap B$, б) $A \cup B$, в) $(A \cap B) \cup C$,

г) $(A \cup C) \cap B$, д) $U \setminus (A \cup B \cup C)$, е) $U \setminus (A \cap B \cap C)$.