ДЛЯ ГРУППЫ

ИСП-22

Задание 1

1. Изучить теорию из лекций в вашей рабочей тетради и выполнить практическую работу также в рабочей тетради, подписывая на полях на каждом листочке ФИО И ГРУППУ

   (не распечатывать и не приклеивать в тетрадь!!!, рукописно все должно быть)

2. **прислать на почту фотографии вашей тетради (практической работы)**

   работы присылаются:
   задание 1 - с 28 января по 1 февраля с 9.00 до 18.00
   задание 2 – с 1 февраля по 5 февраля с 9.00 до 18.00

lyudmila.samoylova.78@mail.ru

Подписать фамилию и группу

Желаю успехов

Практическая работа

Составьте таблицы истинности для следующих формул логики высказываний и укажите, являются ли формулы выполнимыми, тождественно истинными или тождественно ложными.

1. а) $(x \vee y) \to (\bar{x} \to z)$

б) $(P \to Q) \to ((P \to \bar{Q}) \to \bar{P}$

2. а) $(\bar{x} \to y) \vee (\overline{x \to y})$

б) $\big((P \to Q) \to P\big) \to Q$

Задание 2

Выполнить конспект теории в ваших рабочих тетрадях и выполнить задания также в рабочих тетрадях, подписывая на полях на каждом листочке ФИО И ГРУППУ

(не распечатывать и не приклеивать в тетрадь!!!, рукописно все должно быть)

1. *Алгебра Буля*

Множество высказываний с введенными для них логическими операциями дизъюнкции, конъюнкции и отрицания основными законами этих действий называется ***алгеброй Буля***. Алгебра Буля— исторически первый раздел математической логики, разработанный ирландским логиком и математиком Дж. Булем (George Boole (1815—1864) — английский математик и логик. Профессор математики Королевского колледжа Корка). в середине XIX в. Буль применил алгебраические методы для решения логических задач и сформулировал на языке алгебры некоторые фундаментальные законы мышления

***Законы алгебры Буля*.**

Коммутативные законы:

1. $x \wedge y \equiv y \wedge x$;
2. $x \vee y \equiv y \vee x$;

Ассоциативные законы:

1. $x \wedge (y \wedge z) \equiv (x \wedge y) \wedge z$;
2. $x \vee (y \vee z) \equiv (x \vee y) \vee z$;

Дистрибутивные законы:

1. $x \wedge (y \vee z) \equiv (x \wedge y) \vee (x \wedge z)$;
2. $x \vee (y \wedge z) \equiv (x \vee y) \wedge (x \vee z)$;

Идемпотентные законы:

1. $x \wedge x \equiv x$;
2. $x \vee x \equiv x$;

Законы логического сложения и умножения с 0 и 1:

1. $x \wedge 0 \equiv 0$;
2. $x \vee 0 \equiv x$;
3. $x \wedge 1 \equiv x$;
4. $x \vee 1 \equiv 1$;

Законы операции «черта»:

1. $\bar{\bar{x}} \equiv x$;
2. $x \vee 0 \equiv x$;
3. $x \vee 1 \equiv 1$;
4. $\bar{x} \wedge x \equiv 0$;
5. $\bar{x} \vee x \equiv 1$;

Законы Де Моргана (Augustus de Morgan (1806- 1871) — шотландский математик и логик; профессор математики в Университетском колледже Лондона):

1. $\overline{x \wedge y} \equiv \bar{x} \vee \bar{y}$;
2. $\overline{x \vee y} \equiv \bar{x} \wedge \bar{y}$.

<u>*Сложением по модулю два*</u> (альтернативной дизъюнкцией, логи́ческим сложе́нием, исключа́ющим «ИЛИ», строгой дизъюнкцией) двух

высказываний x и y называется высказывание, истинное тогда и только тогда, когда оба высказывания x и yпринимают разные значения. Дизъюнкция обозначается $x \oplus y$ (читается: «или x, или y»). Таблица истинности для $x \oplus y$ имеет вид:

x	y	$x \oplus y$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	*0*	*0*

Стрелка Пирса – это отрицание дизъюнкции.

Стрелка Пирса обозначается X ↓ Y. Читается «ни X, ни Y».

Введена в рассмотрение Чарльзом Пирсом (Charles Peirce) в 1880—1881 г.г. Таблица истинности для стрелки Пирса имеет вид:

x	y	$x \downarrow y$
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

Штрих Шеффера – это отрицание конъюнкции.

Введена в рассмотрение Генри Шеффером в 1913 г. (в отдельных источниках именуется как Пунктир Чулкова)

Штрих Шеффера обозначается x|y , задаётся следующей таблицей истинности:

x	y	x|y
1	1	0
1	0	1
0	1	1

0	0	1

2.*Формулы алгебры логики*

Формулами алгебры логики называются выражения, полученные из переменных x, y,… посредством применения логических операций: отрицания, конъюнкции, дизъюнкции, импликации и эквиваленции, а также сами переменные, принимающие значения истинности высказываний x, y,….

Если в формулу алгебры логики вместо переменных x, y,… подставить конкретные высказывания, то получится высказывание, имеющее логическое значение «1» или «0».

<u>Пример.</u>

Высказывание x: «Волга впадает в Каспийское море» – истинное ($x = 1$),

высказывание y: «Число 16 кратно 3» – ложное ($y = 0$),

тогда формула $A = x \vee y$ будет иметь логическое значение «1»: $A = 1$ (см. таблицу истинности для $x \vee y$).

На основе таблиц истинности основных логических операций можно составлять таблицы истинности для различных формул алгебры логики.

Две формулы алгебры логики называются *равносильными* или *эквивалентными*, если они принимают одинаковые логические значения на любом наборе значений входящих в формулы переменных (элементарных высказываний). Равносильность формул будем обозначать знаком «≡».

Равносильность логических формул можно установить при помощи их таблиц истинности.

<u>Пример.</u> С помощью таблиц истинности проверить, являются ли равносильными формулы $x \to (\bar{x} \wedge \bar{y})$ и $\bar{x} \vee \overline{x \vee y}$.

<u>Решение.</u> Составим таблицы истинности для каждой из формул A и B.

x	y	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{x} \wedge \bar{y}$	$x \to (\bar{x} \wedge \bar{y})$
1	1	0	0	0	0

1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1

x	y	$\bar{x}$	$x \vee y$	$\overline{x \vee y}$	$\bar{x} \vee \overline{x \vee y}$
1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1
0	0	1	0	1	1

Ответ: данные формулы являются равносильными.

Другой способ доказательства равносильности логических формул – их упрощение с использованием *равносильных преобразований*.

2. Выражения одних логических операций через другие:

12) $x \to y \equiv \bar{x} \vee y$; 13) $\overline{x \wedge y} \equiv \bar{x} \vee \bar{y}$;

14) $x \leftrightarrow y \equiv (x \to y) \wedge (y \to x)$; 15) $\overline{x \vee y} \equiv \bar{x} \wedge \bar{y}$.

Для упрощения записи формул принят ряд соглашений. Скобки можно опускать, придерживаясь следующего порядка действий: Сначала выполняем действия в скобках, затем отрицание, затем выполняется конъюнкция. Если над формулой стоит знак отрицания, то скобки тоже опускаются.

Пример. Упростить логическую формулу: $\bar{x} \wedge \bar{y} \to x \vee (x \wedge y)$.

Решение. Используем основные равносильности.

$$\overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \vee \left(x \vee (y \wedge x)\right) \equiv$$

$$\equiv \overline{\bar{x} \wedge \bar{y}} \vee x \equiv \bar{\bar{x}} \vee \bar{\bar{y}} \vee x \equiv$$

$$\equiv x \vee y \vee x \equiv x \vee x \vee y \equiv x \vee y .$$

Ответ: $x \vee y$.

Образец решения примера.

3.**Являются ли эквивалентными следующие высказывания:**

$x \wedge (y \mid z)$ *и* $(x \wedge y)(x \wedge z)$

Решение.

Составим таблицы истинности для каждого высказывания.

x	y	z	y|z	$x \wedge (y \mid z)$	$x \wedge y$	$x \wedge z$	$(x \wedge y)(x \wedge z)$
1	1	1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	0	0	0

Значения х иу в пятом и восьмом столбцах не совпадают.

Вывод: данные высказывания не являются эквивалентными

Контрольные вопросы:

1. **Что понимают в математической логике под высказыванием?**
2. **Какие действия выполняются над высказываниями?**
3. **Что называют алгеброй Буля?**
4. **Законы алгебры Буля.**

Выполнить задания !!!!

1 .Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$(x \wedge y) \oplus (x \wedge z)$ и $x \wedge (y \oplus z)$

2.Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$x | (y \wedge z)$ и $(x|y) \oplus (x|z)$

3 .Являются ли эквивалентными следующие высказывания:

$x|(y \to z)$ и $(x|y) \to (x|z)$