Срок сдачи 30.01.22г.

Тема занятия: Логарифмы и их свойства. Натуральный и десятичный логарифмы.

Рассмотрим следующее уравнение $2^x = 32$. Легко найти корень методом подбора – это число 5, т.к. $2^5 = 32$.

А как Вам такое уравнение $2^x = 35$. Думаете, что это уравнение не имеет корней, ничего подобного! Корень есть и понятно, что это число больше 5, но меньше 6.

Обдумывая ситуацию с уравнением $2^x = 35$, математики ввели в рассмотрение новый символ $\log_2$, который назвали ***логарифмом*** по основанию 2 и с помощью этого символа корень уравнения $2^x = 35$ можно записать так: $x = \log_2 35$ (читается: «логарифм числа 35 по основанию 2)

ВЫВОД: Любое уравнение вида $a^x = b$, где a и b – положительные числа, причем, число a не равно 1 имеет единственный корень:

$x = \log_a b$ (логарифм числа b по основанию a)

Числа a и b – положительные по определению степени, число **a** ‡1, т. к. в противном случае уравнение $a^x = b$ может иметь бесконечное множество корней.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: Логарифмом положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a называют показатель степени, в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b.

$\log_a b = x$, то $a^x = b$

где x – показатель степени, a – основание.

Примеры:

$\log_2 8 = 3$, так как $2^3 = 8$

$\log_3 (1/27) = -3$, так как $3^{-3} = \frac{1}{27}$

$\log_{1/2} 32 = -5$, так как $(\frac{1}{2})^{-5} = 2^5 = 32$

Особо выделим три формулы (попробуй обосновать их самостоятельно):

$\log_a a = 1$ **$\log_a 1 = 0$** **$\log_a a^c = c$**

Например,

$\log_2 2 = 1$, $\log_3 3^{67} = 67$, $\log_{123} 1 = 0$

Вставить пропущенные слова:

Логарифмом числа b по___________ a называется ____________. степени, в которую нужно___________ основание a, чтобы получить число b.

Если $a^x = b$, где $a > 0$ и $a \neq 1$, то $\log_a b =$ ________________

Основание и число, стоящее под знаком логарифма, должны быть_____________

Вычислить:

1) $\log_3 27$ 2) $\log_9 81$ 3) $\log_5 25$ 4) $\log_5 125$

5) $\log_5 \frac{1}{5}$ 6) $\log_5 \frac{1}{25}$ 7) $\log_4 64$ 8) $\log_{0,3} 1$

9) $\log_2 64$ 10) $\log_4 4$ 11) $\log_3 \frac{1}{9}$ 12) $\log_{10} 100$

Операцию нахождения логарифма числа обычно называют ***логарифмированием***. Эта операция является обратной по отношению к возведению в степень с соответствующим основанием.

Основное логарифмическое тождество:

$$\mathbf{a^{\log_a b} = b\ (b > 0, a > 0 \text{ и } a \neq 1)}$$

Так как $a^x = b$, x=$\log_a$ b

Пример № 2: $2^{\log_2 5} = 5$,

$5^{1+\log_5 3} = 5 * 5^{\log_5 3} = 15$

Основные свойства логарифмов.

При работе с логарифмами применяются их следующие свойства.

При любом $a > 0$ $(a \neq 1)$ *при любых положительных* x *и* y *выполнены равенства*:

1. $\boldsymbol{\log_a 1 = 0}$.
2. $\boldsymbol{\log_a a = 1}$.
3. $\boldsymbol{\log_a xy = \log_a x + \log_a y}$.
4. $\boldsymbol{\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y}$.
5. $\boldsymbol{\log_a x^p = p * \log_a x}$**,** для любого действительного p.

Основные свойства логарифмов широко применяются в ходе преобразования выражений, содержащих логарифмы.

6. *Формула перехода к новому основанию:*

$\boldsymbol{\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}}$ (**x**$> 0, a > 0$ *и* $\boldsymbol{a \neq 1}, \boldsymbol{b} > 0$ *и* $\boldsymbol{b \neq 1}$

С помощью формулы перехода можно найти значение логарифма с произвольным основанием, имея таблицы логарифмов, составленных для какого-нибудь одного основания b. Наиболее употребительны таблицы десятичных и натуральных логарифмов.

Примеры:

1) $\log_2 32 + \log_2 2 = \log_2 32 \cdot 2 = \log_2 64 = 6$

2) $\log_3 45 - \log_3 15 = \log_2 \frac{45}{15} = \log_3 3 = 1$

3) $\log_7 28 - \log_7 4 = \log_7 \frac{28}{4} = \log_7 7 = 1$

4) $\log_5 5^3 = 3\log_5 5 = 3\cdot 1 = 3$
5) $3\log_2 4 = \log_2 64 = 6$
6) $\log_3 3^{67} = 67$
7) $\log_5 5^{13} = 13$

1.Запишите основное логарифмическое тождество и свойства логарифмов.

2. Вычислите:

1) $2^{\log_2 3}$
2) $8^{\log_8 2}$
3) $\log_3 27 - \log_7 7$
4) $\log_4 16 + \log_5 5$
5) $\log_6 36$
6) $2\log_6 3 + \log_6 4$
7) $\log_3 81 - \log_7 7$
8) $\log_2 50 - \log_2 25$
9) $5^2 \cdot 5^{\log_5 3}$
10) $\log_2(\log_3 81)$

Десятичные и натуральные логарифмы.

В математике принято следующее сокращение:

$\log_{10} a = \lg a$ - десятичный логарифм числа а (буква «о» пропускается, а основание 10 не ставят).

$\log_e a = \ln a$ - натуральный логарифм числа а. «е» - это такое иррациональное число, равное 2,7 (буква «о» пропускается, а основание «е» не ставят).

Рассмотрим примеры:

$\lg 10 = 1$; $\lg 1 = 0$

$\ln e = 1$; $\ln 1 = 0$.
Формула 6 потребуется при вычислении логарифма по калькулятору.

Возьмем пример: $\log3\ 7 = \frac{\lg 7}{\lg 3}$. В калькуляторе можно вычислить только десятичный и натуральный логарифм.

Вставить пропущенные слова:

Формулу $a^{\log_a b} = b$*, где* $a \neq 1$*,* $a > 0$*,* $b > 0$ *называют …*

Десятичный логарифм числа а ______________

*Натуральный логарифм числа а*______________

Вычислить:

1) $\lg 100$
2) $\lg 1000$
3) $\lg 0{,}1$
4) $\lg 0{,}001$